



فیزیک

پایه دوازدهم



رهپویان
دانش و اندیشه

نوسان

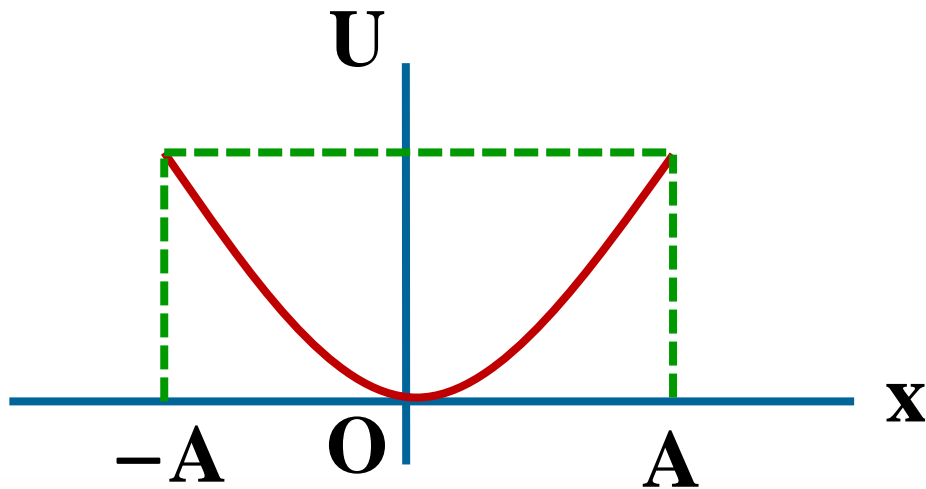
انرژی در حرکت هماهنگ ساده

مدرس: نیما نوروزی

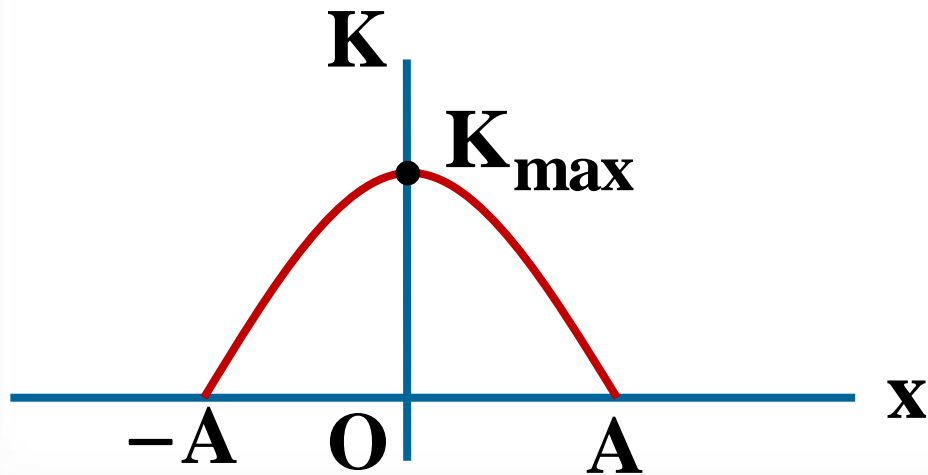
انرژی در حرکت نوسانی ساده:

در سامانه جرم-فنر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می‌شود، به طوری که با افزایش جابجایی از نقطه تعادل (جایی که فنر نه فشرده و نه کشیده شده است) این انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد. بنابراین انرژی پتانسیل سامانه جرم - فنر در

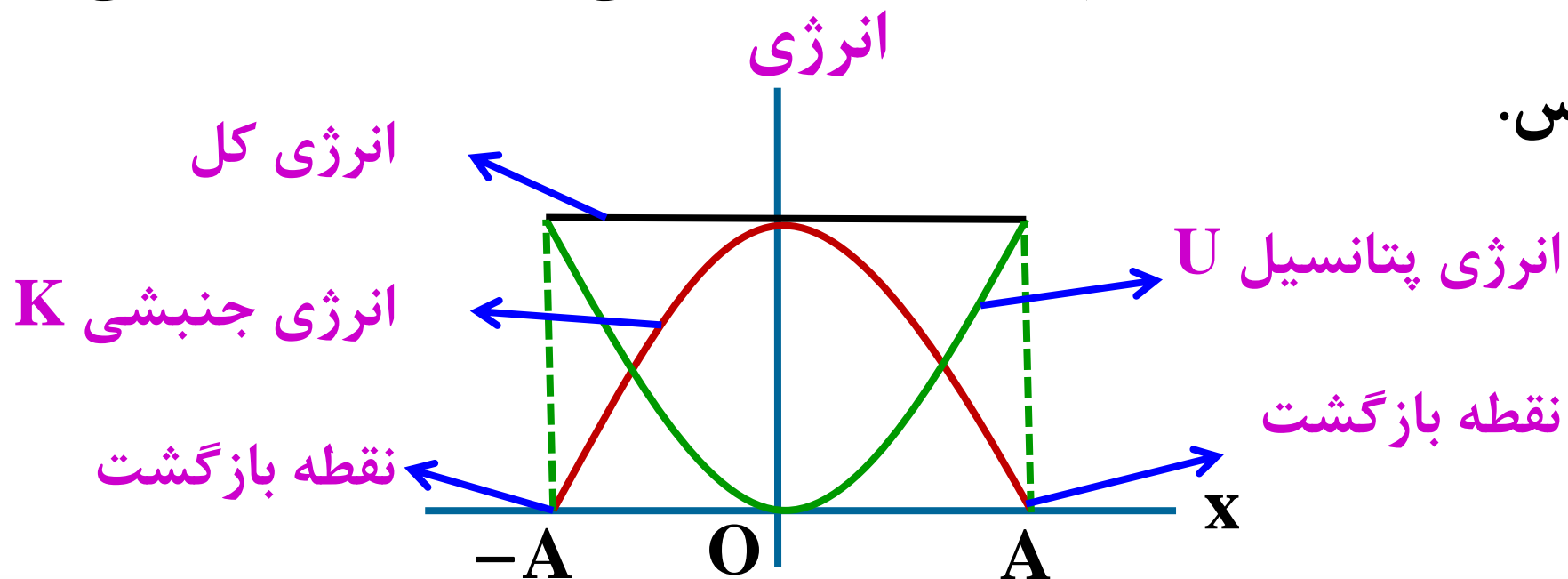
نقاط بازگشتی ($x = \pm A$) بیشینه و در نقطه تعادل ($x=0$) برابر صفر است.



همان طور که می‌دانیم انرژی جنبشی این سامانه از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می‌آید و با توجه به اینکه در نقاط بازگشتی تندی نوسانگر برابر صفر است انرژی جنبشی نوسانگر در این نقاط برابر صفر خواهد بود و از آنجا که در مرکز نوسان تندی نوسانگر بیشینه است انرژی جنبشی نوسانگر در این نقطه بیشینه خواهد بود.



بنابراین مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل در نقاط بازگشتی، نقطه تعادل، و هر نقطه دلخواه دیگری از مسیر با هم برابر است. به همان اندازه که با افزایش جابه جایی از نقطه تعادل، انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد، انرژی جنبشی کاهش می‌یابد و بالعکس.



می‌توان نشان داد که انرژی مکانیکی سامانه جرم – فنر در حرکت هماهنگ ساده از رابطه روبرو به دست می‌آید:

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

که در آن k ثابت فنر و A دامنه نوسان است.

با ترکیب رابطه فوق با روابطی که قبل‌تر فرا گرفتیم می‌توانیم به روابط مفید زیر برای انرژی مکانیکی هر نوسانگر برسیم:

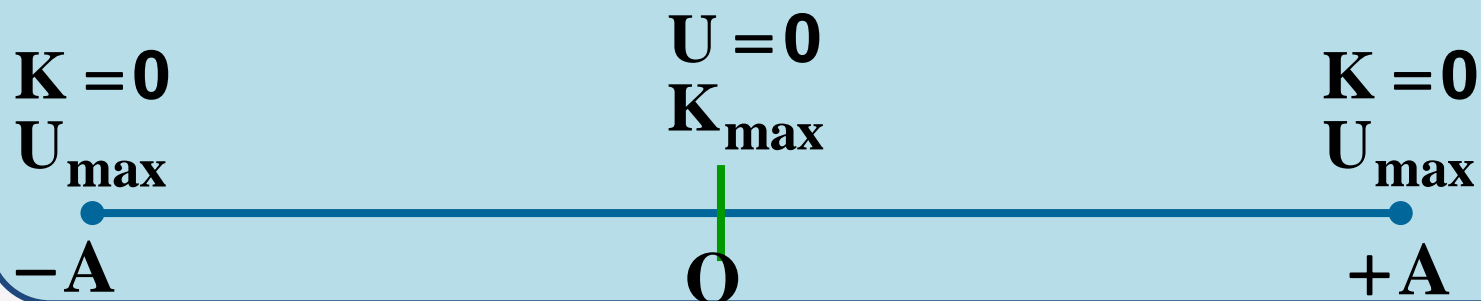
$$E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{k=m\omega^2} E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \xrightarrow{\omega=2\pi f} E = 2\pi^2mA^2f^2$$

چند نکته پر انرژی:

* همانطور که در رابطه زیر می‌بینیم انرژی مکانیکی نوسانگر مستقل از زمان و مکان است و مقدار آن ثابت است:

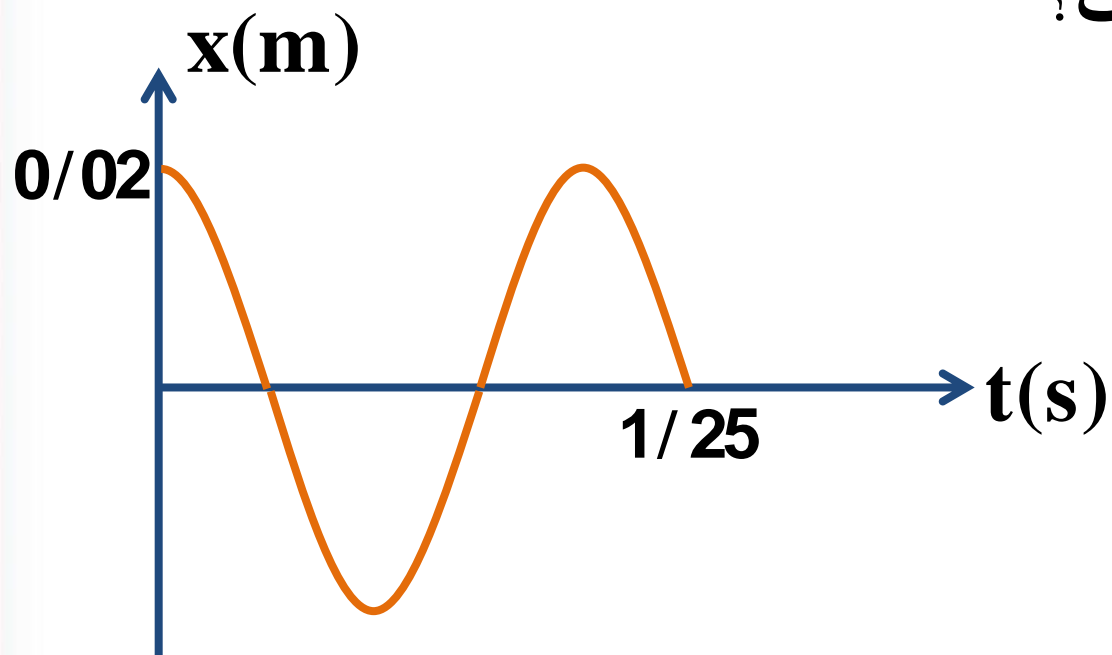
$$E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow E = 2\pi^2 mA^2 f^2$$

* می‌توان از نکات قبل نتیجه گرفت انرژی پتانسیل در دو انتهای نوسان بیشینه بوده و در مرکز نوسان صفر است ولی انرژی جنبشی برعکس انرژی پتانسیل است.



تست: نمودار مکان - زمان نوسانگری به جرم 100g مطابق شکل زیر است،

انرژی مکانیکی نوسانگر چند میلی ژول است؟

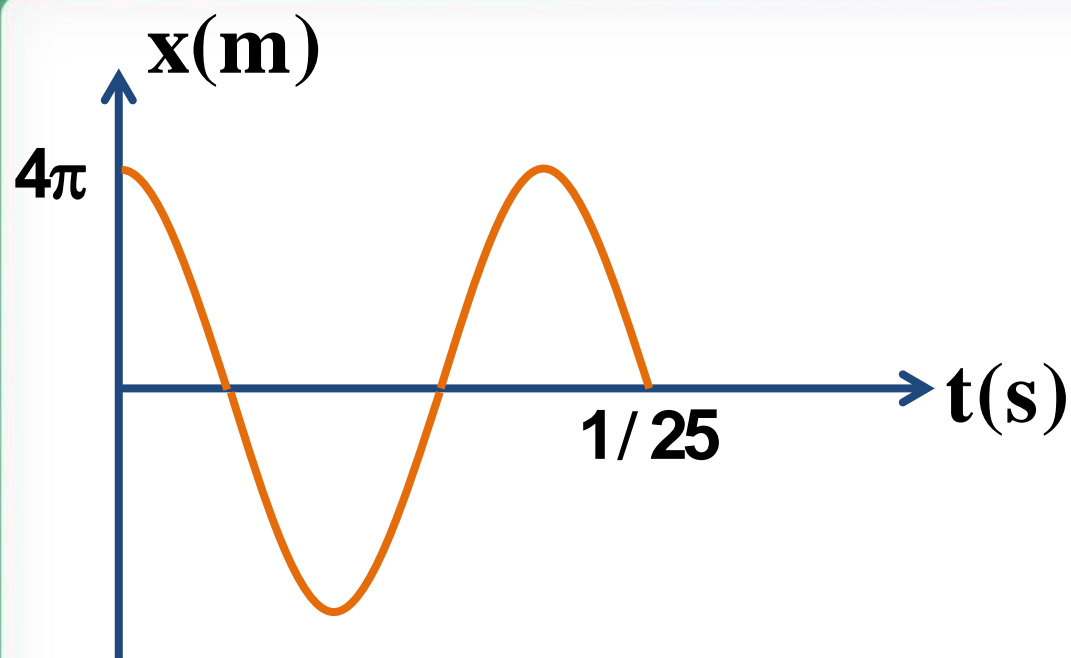


$$0.04\pi^2 \quad 2$$

$$0.02\pi^2 \quad 1$$

$$0.08\pi^2 \quad 4$$

$$0.06\pi^2 \quad 3$$



$$\frac{5T}{4} = 1/25 \rightarrow 5T = 5 \rightarrow T = 1s \quad \text{پاسخ:}$$

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow f = \frac{1}{1} = 1\text{Hz}$$

$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2 \xrightarrow[m=100\text{g}=0/1\text{kg}]{A=0/02\text{m}, f=1\text{Hz}} E = 2 \times \pi^2 \times 0/1 \times (0/02)^2 \times (1)$$

$$\rightarrow E = 2\pi^2 \times 10^{-1} \times 4 \times 10^{-4} = 0.08\pi^2 \times 10^{-3} \text{ J}$$

پاسخ:

$$1\text{J} = 10^3 \text{ mJ}$$

$$\rightarrow E = 0.08\pi^2 \text{ mJ}$$

$$0.04\pi^2 \{ 2$$

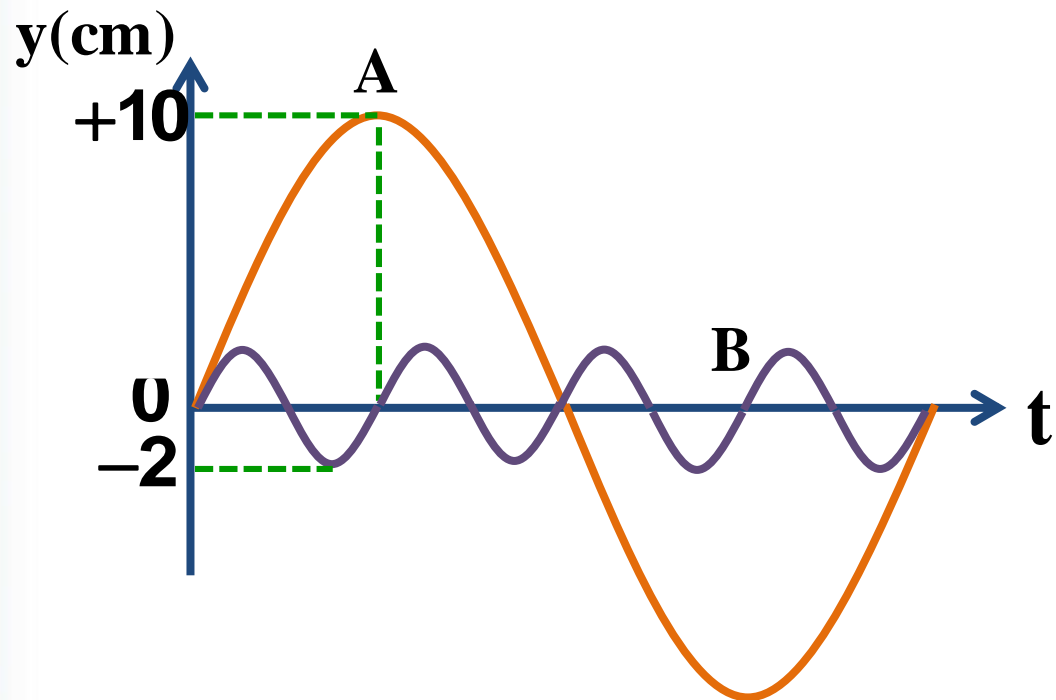
$$0.02\pi^2 \{ 1$$

$$0.08\pi^2 \{ 4$$

$$0.06\pi^2 \{ 3$$



تست: شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو نوسانگر A و B را نشان می‌دهد. اگر جرم نوسانگر B، پنج برابر جرم نوسانگر A باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر A چند



برابر انرژی مکانیکی نوسانگر B است؟

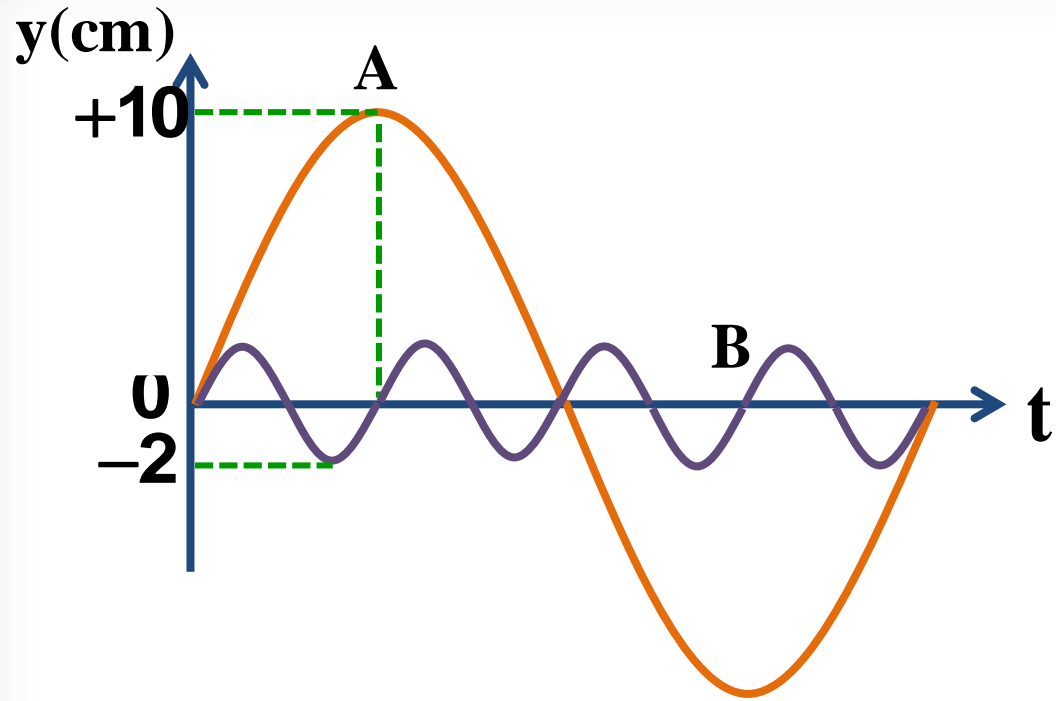
$$\frac{16}{5} (2)$$

$$\frac{16}{25} (4)$$

$$\frac{5}{16} (1)$$

$$\frac{5}{9} (3)$$

پاسخ:



$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

$$A_A = 10\text{cm}, A_B = 2\text{cm}, 2T_B = \frac{T_A}{2}$$

$$2T_B = \frac{T_A}{2} \rightarrow T_A = 4T_B$$

پاسخ:

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2$$

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A}{5m_A} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{16} \times 25 \rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{5}{16}$$

پاسخ:

$$\frac{16}{5} (2$$

$$\frac{16}{25} (4$$

$$\frac{5}{16} (1 \checkmark$$

$$\frac{5}{9} (3$$

تست: انرژی مکانیکی نوسانگری به جرم 100g برابر 20mJ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر 15mJ است، تندی نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

$$20\sqrt{10} \quad 2$$

$$10\sqrt{10} \quad 1$$

$$\frac{\sqrt{3}}{20} \quad 4$$

$$\frac{\sqrt{3}}{10} \quad 3$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E = K + U$$

پاسخ:

$$E = K + U \xrightarrow[\substack{E=20\text{mJ} \\ U=15\text{mJ}}]{\text{red arrow}} 20 = K + 15 \rightarrow K = 5\text{mJ}$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[\substack{m=100\text{g}=0.1\text{kg} \\ K=5 \times 10^{-3} \text{ J}}]{\text{red arrow}}$$

پاسخ:

$$5 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times v^2 \rightarrow v^2 = \frac{1}{10} \rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{10}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\xrightarrow{\times 100} v = \frac{100 \text{ cm}}{\sqrt{10} \text{ s}} = 10\sqrt{10} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$20\sqrt{10} \text{ (2)}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{20} \text{ (4)}$$

$$10\sqrt{10} \text{ (1) ✓}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{10} \text{ (3)}$$

تست: معادله حرکت هماهنگ ساده وزنه - فنری در SI به صورت $x = 0.05 \cos 20t$ می باشد. اگر بیشینه انرژی جنبشی آن $6 \times 10^{-2} \text{ J}$ می باشد،

ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

(1) 12 (2) 48

(3) 120 (4) 480

$$K_{\max} = U_{\max} = E$$

$$E = K_{\max} = 6 \times 10^{-2} \text{ J}$$

پاسخ:

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

$$x = 0.05 \cos 20t$$

$$A = 0.05 \text{ m}$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow[\substack{E = 6 \times 10^{-2} \text{ J} \\ A = 0.05 \text{ m} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}}]{\text{red arrow}}$$

$$6 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} k \times 25 \times 10^{-4}$$

$$\rightarrow k = 48 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

✓	12	(1
	48	(2

(4

120 (3

480

تست: نوسانگری به جرم 100 گرم، روی پاره‌خطی به طول 20cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در مدت ثانیه از نقطه تعادل به انتهای مسیر (نقطه بازگشت) می‌رسد. انرژی جنبشی نوسانگر در مرکز نوسان، چند میلی‌ژول است؟

- | | | | |
|---|----|---|----|
| 2 | 8 | 1 | 2 |
| 4 | 25 | 3 | 20 |

پاسخ:

$$K_{\max} = E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

$$A = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm} \rightarrow A = 10^{-1} \text{ m}$$

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow T = 1 \text{ s} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} \rightarrow \omega = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \xrightarrow[\omega = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, A = 10^{-1} \text{ m}]{m = 100 \text{ g} = 100 \times 10^{-3} \text{ kg} = 10^{-1} \text{ kg}}$$

پاسخ:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times 4\pi^2 \times 10^{-2} \xrightarrow{\pi^2=10}$$

$$K_{\max} = 20 \times 10^{-3} \text{ J} \xrightarrow{10^{-3} \text{ J} = 1 \text{ mJ}} K_{\max} = 20 \text{ mJ}$$

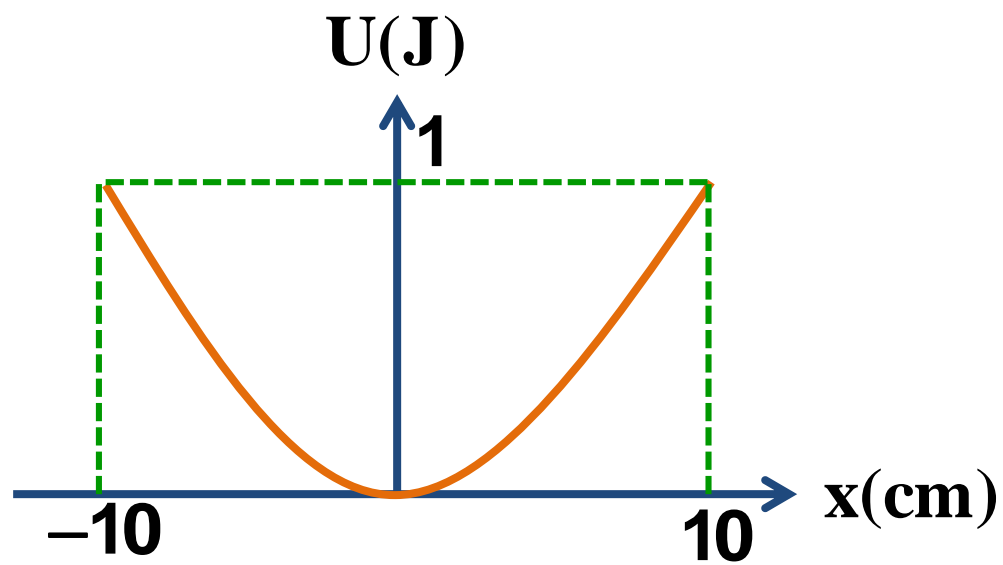
	2	(1
8	(2	✓

20 (3

25 (4

تست: نمودار انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر ساده‌ای که با دوره تناوب $\frac{\pi}{50}$ s در

حال نوسان است، مطابق شکل زیر می‌باشد، جرم نوسانگر چند گرم است؟



20 (2 0/02 (1

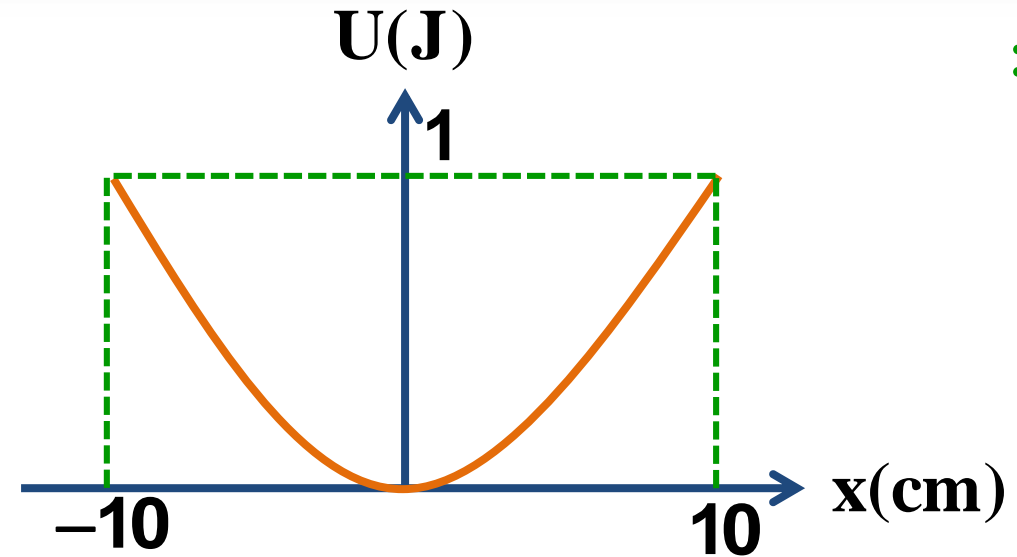
40 (4 0/04 (3

پاسخ:

$$U_{\max} = E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T = \frac{\pi}{50} \text{ s}} \omega = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{50}} \rightarrow \omega = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 10^2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \xrightarrow[\begin{matrix} E = U_{\max} = 1 \text{ J} \\ A = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m} \end{matrix}]{\hspace{1cm}} \rightarrow$$



پاسخ:

$$\rightarrow m = 2 \times 10^{-2} \text{ kg} \xrightarrow{\times 10^3} m = 20 \text{ g}$$

20 (2 ✓)

0 / 02 (1

40 (4

0 / 04 (3

رهپویان

دانش و اندیشه

